



«Өрлеу» біліктілікті арттыру ұлттық орталығы» АҚ филиалы
Қарағанды облысы бойынша кәсіби даму институты

МАТЕМАТИКА МЕН ФИЗИКА САБАҚТАРЫНДА ПӘНДІК МАЗМҰНДЫ ЖҮЗЕГЕ АСЫРУ

Облыстық әдістемелік семинар
материалдарының жинағы

Қарағанды, 2022

«Өрлеу» біліктілікті арттыру ұлттық орталығы» АҚ филиалы
Қарағанды облысы бойынша кәсіби даму институты

МАТЕМАТИКА МЕН ФИЗИКА САБАҚТАРЫНДА ПӘНДІК МАЗМҰНДЫ ЖҮЗЕГЕ АСЫРУ

Облыстық әдістемелік семинар
материалдарының жинағы



Қарағанды, 2022

ӘОЖ 371.321
ҚБЖ 74.202.5
М 29

Рецензент:

Ахманова Д.М., Е.А.Букетов атындағы Қарағанды университетінің математика және информатика оқыту әдістемесі кафедрасының доценті, ф.-м. ғ.к.

доцент кафедрасы методикасы преподавания математики и информатики Карагандинского университета им. Е.А.Букетова, кандидат физико-математических наук, ассоциированный профессор

М 29 Математика мен физика сабақтарында пәндік мазмұнды жүзеге асыру – Қарағанды: «Өрлеу» БАҰО» АҚ филиалы Қарағанды облысы бойынша кәсіби даму институты, 2022. – 113 б.

ISBN 978-601-80880-1-8

Білім алушылардың «Математика мен физика сабақтарында пәндік мазмұнды жүзеге асыру» жинағында облыстық тәжірибелік семинар материалдары берілген. Жинақта математика мен физика сабақтарында оқыту мәселелері және оларды қалай шешу жолдары қарастырылған.

Жинақ материалдары математика мен физика пәнінің педагогтеріне арналған.

ISBN 978-601-80880-1-8



9 786018 088018

ӘОЖ 371.321
ҚБЖ 74.202.5

© «Өрлеу» БАҰО» АҚ филиалы Қарағанды облысы бойынша ҚДИ

МАЗМҰНЫ

<i>Адамбаева А.С., Утаева Г.С.</i> Жоғары дәрежелі теңдеулерді шешу тәсілдері	5
<i>Арунова А.Х.</i> Тригонометриялық теңсіздіктерді бірлік шеңбер әдісімен шешу	9
<i>Аширбекова К.А., Усенова А. М.</i> Комбинаторика элементтерін әр түрлі есептер шешуде қолдану	15
<i>Ендаманова Г.К., Конкышева Г.М.</i> Тригонометриялық теңдеуді шешудің бірнеше тәсілдері	18
<i>Есмагамбетова Ж.Е., Садыкбекова Ж.К.</i> Логикалық есептерді эвристикалық тәсілмен шығару	22
<i>Ешимжанова Г. Ш.</i> Комбинаторикалық есептерді шығару	31
<i>Жумаханова Г.Ж., Мәжсенакова Г. Е.</i> Жоғары дәрежелі теңдеулерді шешу	36
<i>Жусупбекова С. И.</i> Физика пәнін оқытуда оқушының функционалдық сауаттылығын сын тұрғысынан ойлау іс-әрекетін ұйымдастыру арқылы калыптастыру	41
<i>Жусупбекова С.И., Қыстаубаева Б.А.</i> Коммуникативтік шығармашылық дарындылық	44
<i>Исмагулова Ж.Қ., Жұмажанова А.Қ.</i> тригонометриялық теңсіздіктерді шешу әдістері	47
<i>Итжанова Л.А.</i> Жоғары дәрежелі теңдеулерді шешу әдістері	52
<i>Кайыркенов М. К., Ашимов Р. Т.</i> Кері байланыс орнатуда GOOGLE FORMS онлайн сервисін қолдану мүмкіндіктері	57
<i>Какенова Г.Б., Шапагат А.</i> Жоғары дәрежелі теңдеуді шешудің әртүрлі әдіс-тәсілдері	61
<i>Кусаинова С.Е.</i> Тригонометриялық теңдеулерді шешу тәсілдері	66
<i>Қыдырбаева К.О., Мүсілім К.М.</i> Тригонометриялық теңдеулерді шешу	70
<i>Мустафина К.С.</i> Планиметрия курсын оқытуда «geogebra» бағдарламасын қолданудың ерекшеліктері	74
<i>Оразбаева Б.Т., Кенжебекова Г.Ж.</i> Комбинаторика есептерін шығару жолдары	79
<i>Пирназарова А.Б., Кабдуалиева М.Е.</i> Теңдеудің көмегімен мәтіндік есептерді шығару	82
<i>Совет А.Ж.</i> Құрамында модулі бар теңдеулерді шешудің тәсілдері	86
<i>Сулайманова М.А.</i> Жаңартылған білім беру мазмұны аясында математика, физика және информатика пәндерінде оқушылардың функционалдық сауаттылығын калыптастыру	89
<i>Сулайманова М. А., Искакова Ж. Т.</i> Дарынды оқушыларды пәндік олимпиадаға дайындау	93
<i>Татиева К.С.</i> Жай дифференциалдық теңдеулердің экономикада қолданылуы	97
<i>Тусупбекова Н.А., Жайлаубек Е.М.</i> Тригонометриялық теңдеулер мен теңсіздікті шешудің әдіс тәсілдері	101

<i>Хабдолда С., Миземхаан Х.</i> Параметрлі теңдеулер.....	105
<i>Шержанова А.Р. , Асамиданова Г.И.</i> Жоғары дәрежелі теңдеулерді шешудің тиімді жолдарын меңгерту арқылы оқушылардың математика пәніне қызығушылығын арттыру	108

2) Параметрлері бар кез-келген теңдеулерді (квадрат, сызықтық) әр-түрлі әдістерді қолданып, шеше білу.

3) Параметрлері бар теңдеулерді одан әрі дамытып, қызығушылықты арттыру.

Біздің осы тақырыпты таңдаған себебіміз, көптеген есептерде параметрлері бар теңдеулерді шешу әдістері қолданылады. Осындай есептерді шешу кезінде адамның логикалық ойлау қабілеті жақсы дамиды, себебі теңдеуді шешу үшін көптеген мүмкін амалдарды қарастыруға тура келеді. Біздің бұл тақырыптың қызықтыру себебі, біз параметрлері бар теңдеулерді шешудің мүмкін деген тәсілдерін қарастырғым келді. Сонымен қоса бұндай есептер көптеген сынақтарда кездеседі.

ӘДЕБИЕТТЕР ТІЗІМІ:

1. П.И.Горнштейн, В.Б.Полонский, М.С.Якир Задачи с параметрами. – Москва-Харьков, 1998.

2. А.Н.Колмогоров, А.М.Абрамов, Ю.П.Дудницын Алгебра және анализ бастамалары (10-11 сынып). – Просвещение-Қазақстан, 2003.

3. А.Әбілкасымова, И. Бекбоев, А.Абдиев, З. Жұмағұлова, Алгебра және анализ бастамалары (11 сынып). Оқулық. – Алматы, 2007ж.

4. Математика және физика ғылыми-әдістемелік журнал, №3-2000ж.

А.Р. ШЕРЖАНОВА

Қарағанды қ. «Ж.Ақбаев ат. ЖББМ» КММ
Ice-she70@mail.ru

Г.И. АСАМИДАНОВА

Қарағанды қ. «ЖББМ №86» КММ
guldanaai@mail.ru

ЖОҒАРЫ ДӘРЕЖЕЛІ ТЕНДЕУЛЕРДІ ШЕШУДІҢ ТИІМДІ ЖОЛДАРЫН МЕҢГЕРТУ АРҚЫЛЫ ОҚУШЫЛАРДЫҢ МАТЕМАТИКА ПӘНІНЕ ҚЫЗЫҒУШЫЛЫҒЫН АРТТЫРУ

«Барлық істің басшысы - білім мен ұғым»

Ж. Баласағұни

Аннотация. Мақалада жоғары дәрежелі теңдеуді шешудің жолдары жазылған. Жоғарғы дәрежелі теңдеулерді шешудің тиімді әдістері нақты мысалдар арқылы көрсетілген.
Кілт сөздер: жоғарғы дәрежелі теңдеулер, Безу теоремасы, Горнер схемасы, көбейткіштерге жіктеу, көпмүше, түбір, бұрыштап бөлу.

Талапқа сай математикалық білім берудің басты шарты математикалық мәдениеттің деңгейін көтеру болып табылады. Жоғарғы дәрежелі теңдеулерді шешу оқушыларды батыл қимылдар жасауға, шығармашылық ізденіске тәрбиелейді.

Жоғары дәрежелі теңдеулер мектеп «Алгебра және анализ бастамалары» курсы бағдарламасында күрделі тақырыптардың бірі болып саналады. Осындай

теңдеулерді оқушылар бірден шығарып кете алмайды. Сондықтан жоғары дәрежелі теңдеулерді шешудің тиімді әдістерін білу оқушыға да, мұғалімге де керек. Жоғары дәрежелі теңдеулерді шешудің «Безу теоремасы», «Горнер схемасы», «Көбейткіштерге жіктеу арқылы шешу» тәсілдері қарастырылады.

Теориялық материалға тоқталсақ[1]:

$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_1 x + a_0$ көпмүшесін қарастырайық. Егер x айнымалысының орнына x_0 санын қоятын болсақ, онда

$$P(x_0) = a_n x_0^n + a_{n-1} x_0^{n-1} + a_{n-2} x_0^{n-2} + \dots + a_1 x_0 + a_0 \text{ санын аламыз.}$$

$P(x_0)$ санын $P(x)$ көпмүшесінің $x = x_0$ болғандағы мәні дейді.

Анықтама. Егер $x = x_0$ болғанда $P(x)$ көпмүшесінің мәні нөлге тең болса, онда x_0 санын $P(x)$ көпмүшесінің түбірі деп атайды.

Безу теоремасы. Кез келген көпмүшені $(x - a)$ екімүшесіне бөлгенде шыққан қалдық бөлінгіш көпмүшенің $x = a$ болғандағы мәніне тең.

1-салдар. a саны түбірі болғанда ғана $P(x)$ көпмүшесі $(x - a)$ екімүшесіне бөлінеді.

$P(x) : (x - a) \Leftrightarrow a$ саны $P(x)$ көпмүшесінің түбірі, яғни:

- 1) $P(x) : (x - a)$, онда a саны $P(x)$ көпмүшесінің түбірі.
- 2) a саны $P(x)$ көпмүшесінің түбірі, онда $P(x) : (x - a)$.

2-салдар. Егер $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ сандары $P(x)$ көпмүшесінің түрлі түбірлері болса, онда

$$P(x) : (x - a_1) \cdot (x - a_2) \cdot (x - a_3) \cdot \dots \cdot (x - a_n). \quad (1)$$

Горнер схемасы

АЛГОРИТМ

$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_1 x + a_0$ көпмүшесін $(x - p)$ түріндегі екімүшеге бөлу алгоритмі:
Екі жол жазылады — жоғарғысында бөлінгіштің коэффициенттері жазылады: $a_n, a_{n-1}, a_{n-2}, \dots, a_1, a_0$.
Екінші жолда бөлінгіштің бірінші коэффициентінің сол жағынан p саны жазылады.
Одан кейін екінші жолда бөліндінің коэффициенттері жазылады: $b_{n-1}, b_{n-2}, \dots, b_1, b_0$ (18-кесте).

18-кесте

	a_n	a_{n-1}	a_{n-2}	...	a_1	a_0
p	$b_{n-1} = a_n$	$b_{n-2} = a_{n-1} + p b_{n-1}$	$b_{n-3} = a_{n-2} + p b_{n-2}$		$b_0 = a_1 + p b_1$	қалдық

Жоғары дәрежелі теңдеулерді шешу тәсілдерін нақты мысалдар арқылы қарастырайық[2].

1-мысал. Теңдеуді шешіңіз: $x^4 - x^3 - 7x^2 + 13x - 6 = 0$

Шешуі:

1-тәсіл.

Теңдеуді шешу үшін «Безу теоремасы» арқылы берілген теңдеуді көбейткіштерге жіктеп алайық, яғни теңдіктің сол жағындағы көпмүшені

мына түрде жазамыз: $P(x)=(x-x_0) \cdot Q(x)$, x_0 -теңдеудің түбірі, $Q(x)$ -дәрежесі төмендетілген көпмүше. x_0 -ді табу үшін алдымен босмүшенің бөлгіштерін тауып алып, солардың ішінен теңдеуді тура санды теңдікке айналдыратын бөлгіштерін іріктейміз: $\pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 6$.

1-ді қойып тексереміз:

$1-1-7+13-6=0, 0=0$, ендеше берілген көпмүшені $(x-1)$ көпмүшесіне бөлуді орындайық:

$$\begin{array}{r} x^4 - x^3 - 7x^2 + 13x - 6 \quad |x-1 \\ -x^4 - x^3 \\ \hline -7x^2 + 13x \\ -7x^2 + 7x \\ \hline 6x - 6 \\ -6x + 6 \\ \hline 0 \end{array}$$

Сонда теңдіктің сол жағындағы көпмүшені келесі түрде жаза аламыз:

$$x^4 - x^3 - 7x^2 + 13x - 6 = (x-1)(x^3 - 7x + 6).$$

$x^3 - 7x + 6$ үшінші дәрежелі теңдеуге «Безу теоремасын» тағы қолдану арқылы келесі түрлендірулерді аламыз:

$$\begin{array}{r} x^3 - 7x + 6 \quad |x-1 \\ -x^3 - x^2 \\ \hline x^2 - 7x \\ -x^2 - x \\ \hline -6x + 6 \\ -6x + 6 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$x^4 - x^3 - 7x^2 + 13x - 6 = (x-1)(x^3 - 7x + 6) = (x-1)(x-1)(x^2 + x - 6) = (x-1)(x-1)(x+3)(x-2) = 0$$

$$(x-1)(x-1)(x+3)(x-2) = 0$$

Көбейтіндінің қасиетін қолдану арқылы теңдеудің түбірлерін аламыз:

$$x=1, x=-3, x=2$$

$$\text{Жауабы: } \{-3; 1; 2\}$$

2-тәсіл.

Жоғары дәрежелі теңдеудің дәрежесін төмендету арқылы шешуге мүмкіндік беретін тәсіл- «Горнер схемасы» тәсілін қарастырайық.

$a_0x^4 + a_1x^3 + a_2x^2 + a_3x + p = 0$ түрінен дәрежені төмендету арқылы

$(x-x_0)(b_0x^3 + b_1x^2 + b_2x + p_1)$ көбейтіндісі түрінде жазуға болады.

Көпмүшенің коэффициенттерінің саны мен бос мүшені және түбірді қоса санау арқылы кесте құрамыз:

	$a_0 = 1$	-1	-7	13	-6
$x_0 = 1$	$b_0 = a_0$ $a_0 = 1$	$b_1 = a_1 + b_0x_0$ $b_1 = 1 \cdot 1 + (-1) = 0$	$b_2 = -1 \cdot 0 + (-7) = -7$	$b_3 = 1 \cdot (-7) + 13 = 6$	$b_4 = 1 \cdot 6 + (-6) = 0$

Жаңадан пайда болған коэффициенттер үшін кестені тағыда қолданамыз:

	$a_0 = 1$	0	-7	6
$x_0 = 1$	$b_0 = a_0 = 1$	$b_1 = a_1 + b_0 x_0 = 1 \cdot 1 + 0 = 1$	$b_2 = -1 \cdot 1 + (-7) = -6$	$b_3 = 1 \cdot (-6) + 6 = 0$

Осыдан:

	$a_0 = 1$	1	-6
$x_0 = 2$	$b_0 = a_0 = 1$	$b_1 = a_1 + b_0 x_0 = 2 \cdot 1 + 1 = 3$	$b_2 = -2 \cdot 3 + (-6) = -0$

Соңғы кестеде:

	$a_0 = 1$	3
$x_0 = -3$	$b_0 = a_0 = 1$	$b_1 = a_1 + b_0 x_0 = (-3) \cdot 1 + 3 = 0$

Кесте бойынша көбейтіндіні жазайық:

$$x^4 - x^3 - 7x^2 + 13x - 6 = (x-1)(x-1)(x-2)(x+3) = 0$$

Көбейтіндінің қасиетін қолданып, теңдеудің түбірлерін табуға болады:

$$x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 2, x_4 = -3.$$

$$\text{Жауабы: } \{-3; 1; 2\}$$

Оқырманның таңдау мүмкіндігі әрқашанда өзіне байланысты болмақ.

«Горнер схемасы» арқылы тағы бір мысал қарастырайық.

2-мысал.

$$\text{Теңдеуді шешіңіз } 2x^4 + 7x^3 - 2x^2 - 13x + 6 = 0 \quad [2]$$

Осы мысалды «Горнер схемасы» арқылы шешу үшін алдында қарастырған мысалға сәйкес бос мүшенің бөлгіштері арқылы теңдеудің түбірлерін табуға болады: 1; -2; -3

$$a_0 x^4 + a_1 x^3 + a_2 x^2 + a_3 x + p = 0 \text{ түрінен дәрежені төмендету арқылы}$$

$$(x - x_0) (b_0 x^3 + b_1 x^2 + b_2 x + p_1) \text{ көбейтіндісі түрінде жазуға болады.}$$

Көпмүшенің коэффициенттерінің саны мен бос мүшені және түбірді қоса санау арқылы кесте құрамыз:

	$a_0 = 2$	7	-2	-13	6
$x_0 = 1$	$b_0 = a_0 = 2$	$b_1 = a_1 + b_0 x_0 = 7 + 2 = 9$	$b_2 = -2 + 1 \cdot 9 = 7$	$b_3 = -13 + 7 \cdot 1 = -6$	$b_4 = 1 \cdot (-6) + 6 = 0$

$$x^4 - x^3 - 7x^2 + 13x - 6 = (x-1)(2x^3 + 9x^2 + 7x - 6) \text{ әрі қарай кестені толтырайық:}$$

	$a_0 = 2$	7	-2	-13	6
$x_0 = 1$	$b_0 = a_0 = 2$	$b_1 = a_1 + b_0 x_0 = 7 + 1 \cdot 2 = 9$	$b_2 = -2 + 9 \cdot 1 = 7$	$b_3 = -13 + 7 \cdot 1 = -6$	$b_4 = 1 \cdot (-6) + 6 = 0$
		9	7	-6	0
$x_0 = -2$	$b_0 = a_0 = 2$	$b_1 = 9 + 2 \cdot (-2) = 5$	$b_2 = (-2) \cdot 5 + 7 = -3$	$b_3 = (-2) \cdot (-3) + (-6) = 0$	

Кестедегі соңғы мәліметтерді қолдану арқылы берілген жоғары дәрежелі теңдеуді көбейтінді түрінде жазуға болады:

$$x^4 - x^3 - 7x^2 + 13x - 6 = (x-1)(2x^3 + 9x^2 + 7x - 6) = (x-1)(x+2)(2x^2 + 5x - 3)$$

Көбейтіндінің қасиеті бойынша:

$$1) \quad x - 1 = 0,$$

$$x=1.$$

$$2) \quad x+2=0,$$

$$x=-2$$

3) $2x^2+5x-3=0$ квадрат теңдеуді формула бойынша: $D=49$, $x_3=-3$, $x_4=1/2$ немесе қайтадан кестені толтырып, дәрежені төмендетуге болады:

	$a_0=2$	7	-2	-13	6
$x_0=1$	$b_0=a_0=2$	$b_1=a_1+b_0x_0=7+1\cdot2=9$	$b_2=-2+9\cdot1=7$	$b_3=-13+7\cdot1=-6$	$b_4=0$
		9	7	-6	0
$x_0=-2$	$b_0=a_0=2$	$b_1=9+2\cdot(-2)=5$	$b_2=-3$	$b_3=0$	
$x_0=-3$	2	-1	0		

Кесте бойынша көбейтіндіні жазайық:

$$x^4 - x^3 - 7x^2 + 13x - 6 = (x-1)(x+2)(x+3)(2x-1) = 0$$

Көбейтіндінің қасиетін қолданып, теңдеудің түбірлерін табуға болады:

$$x_1=1, x_2=-2, x_3=-3, x_4=1/2$$

Жауабы: $\{-3; -2; 1/2; 1\}$

Жоғары дәрежелі теңдеулерді шешудің келесі тәсілі - «Көбейткіштерге жіктеу арқылы шешу» тәсілін қарастырайық, бұл әдістің мәнісі топтау арқылы көбейткіштерге жіктеп алып, теңдеудің түбірін табу. Осы әдісті мысал арқылы көрсетейік.

Шешуі:

Теңдеудің сол жағын топтау арқылы түрлендіріп алайық:

$$x^4 - x^3 - 7x^2 + 13x - 6 = 0$$

$$(x^4 - x^3) - (7x^2 - 7x) + (6x - 6) = 0$$

$$x^3(x-1) - 7x(x-1) + 6(x-1) = (x-1)(x^3 - 7x + 6) = (x-1)(x^3 - x - 6x + 6) = (x-1)(x(x^2-1) - 6(x-1)) =$$

$$(x-1)(x-1)(x(x+1)-6) = (x-1)^2(x^2+x-6) = (x-1)^2(x^2+3x-2x-6) = (x-1)^2(x(x+3)-2(x+3)) =$$

$$= (x-1)^2(x+3)(x-2)$$

$$(x-1)^2(x+3)(x-2) = 0$$

Осыдан көбейтіндінің қасиетін қолданып теңдеудің түбірлерін аламыз.

$$x=1, x=-3, x=2 \text{ теңдеудің түбірлері шығады.}$$

Жауабы: $\{-3; 1; 2\}$

ӘДЕБИЕТТЕР ТІЗІМІ:

1. Әбілқасымова А.Е. «Алгебра және анализ бастамалары». – Алматы: «Мектеп», 2019 ж. – 212 б.

2. № Айнаева Б. Горен схемасы. Сабақ. – Электрондық ресурс: https://ust.kz/word/asyq_sabaq_gorner_shemasy_10_synyp-190671.html

2. Электрондық ресурс: <https://sites.google.com/site/mnogocleny/iv-upraznenia>

МАТЕМАТИКА МЕН ФИЗИКА САБАҚТАРЫНДА ПӘНДІК МАЗМҰНДЫ ЖҮЗЕГЕ АСЫРУ

Облыстық әдістемелік семинар
материалдарының жинағы
2022 жыл

ISBN 978-601-80880-1-8



Техникалық редактор, беттеу – Кисабекова М.Е.
Дизайн – Разбеков А.А.

Басуға 31.10.2022 ж. қол қойылды. Пішімі 60x84 1/8
Көлемі 7,06 б.т.

100019, Қарағанды қ-сы, Жәнібеков к-сі, 42, «Өрлеу» БАҰО» АҚ филиалы
Қарағанды облысы бойынша кәсіби даму институты