**Қарағанды қалалық білім бөлімі**

**Әдістемелік кабинет**

**Теңдеулер тақырыбына арналған**

**алгебрадан есептер жинағы.**

**8-9 сынып**

**ӘДІСТЕМЕЛІК ҚҰРАЛ**

**Орындаған : № 66 ЖББОМ**

**математика пәнінің мұғалімі**

**Искакова Т.Н.**

**2016**

**Алғы сөз**

Бұл құрал жалпы білім беретін мектептердің 8-9 сыныптарына арналған «Алгебра» оқулығына қосымша болып табылады.

*Құралдың мақсаты:*оқушылардың алгебра пәніне деген қызығушылығын арттыру, келесі сыныптарда алгебра және геометрия курстарын, сонымен қатар жаратылыстану-математикалық циклі пәндерін жүйелі түрде игеруге негіз жасау.

*Құралдың міндеттері:*

*–*қарапайым , күрделі теңдеудің шығару жолдары көрсетілген

*–*сандар және олардың практикалық есептеу қызметіндегі рөлі туралы түсініктерін дамыту;

*–*ауызша және жазбаша есептеудің практикалық дағдыларын дамыту;

*–*есептеу мәдениетін қалыптастыру;

*–*күрделі теңдеулерді шығару жолдары

*–*санды және әріпті өрнектерді түрлендіру дағдыларын қалыптастыру;

*–*бір айнымалысы бар теңдеулерді шығару біліктерін дамыту;

*–*бір айнымалысы бар теңсіздіктерді шығару біліктерін қалыптастыру;

Құрал бірнеше бөлімге бөлінген. Бөлімдер жоғарыда көрсетілген сыныптардағы математика курсының негізгі тарауларының материалдарына сәйкес құрастырылған және әр бөлімде оқу қызметтерінің түрлері бойынша топтастырылған тапсырмалар жүйесі берілген.Айнымалысы бар сызықтық теңдеулер,квадрат теңдеулер, бөлшек- рационал теңдеулері. Жаңа айнымалы енгізу арқылы шешу әдісі көрсетіліп, есептер берілген.

Шығарылған есептердің алгоритміне қарап, өздері шығару үшін есептер топтамасы берілді.

Берілген тапсырмалардың дұрыс орындалғанын тексеру үшін құрал соңында есептердің жауаптары берілген.

**Теңдеулер тақырыбына арналған алгебрадан есептер жинағы.**

I.Теңдеуді тура санды теңдікке айналдыратын айнымалының мәні бір айнымалысы бар **теңдеудің түбірі** деп аталады. Мысалы:

теңдеуінің түбірі 0,8–ге тең. 0,8 саны теңдеудің түбірі болады, себебі ол теңдеуді 6=6 ; тура теңдікке айналдырады.. Бір айнымалысы бар теңдеуді **шешу дегеніміз**- оның барлық түбірлерін табу немесе түбірлерінің болмайтынын дәлелдеу. Бірдей түбірлері болатын бір айнымалысы бар теңдеулер немесе түбірлері болмайтын теңдеулер **мәндес теңдеулер** деп аталады. Мысалы:

және теңдеулері мәндес теңдеулер. Бұлардың әрқайсысының екі түбірі бар: -3 және 3. Бір айнымалысы бар теңдеулерді шешкенде ,мына қасиеттер пайдаланылады.

1. Егер теңдеуде қосылғыштың таңбасын өзгертіп, теңдеудің бір жағынан екінші жағына көшіретін болса, онда берілген теңдеуге мәндес теңдеу шығады.
2. Егер теңдеудің екі жағын да нөлден өзгеше бір санға көбейтсе немесе бөлсе, онда берілген теңдеуге мәндес теңдеу шығады.

түбіріндегітеңдеу бір айнымалысы бар сызықты теңдеу деп аталады, мұндағы -айнымалы, a және b кез келген сандар. a болса, онда теңдеуінің бір ғана түбірі болады. Мысалы 12=4 теңдеуінің түбірі немесе болады.

б) a=0 және b≠0 болса, онда теңдеуінің түбірі болмайды. Мысалы: теңдеуінің түбірі болмайды.

в) егер және a=0, b=0 болса, онда теңдеуінің түбірі кез келген сан болады.

кез келген сан. Мысалы: 1-есеп: Теңдеуді шеш:

Екі жағын да 24-ке көбейтіп, мынадай теңдеу аламыз.

Жауабы:

есеп: Теңдеуді шеш:

( 4 -)∙у =6

( 4 -)∙у = (4 - 2)∙у =2 ∙у =∙у ; ∙у=6 ; у=6: ; у=; у= 3;

3- есеп: Теңдеуді шеш:7х-(7х-(х-8)) =1

7х-(7х-х+8) =1; 7х-6х-8 =1; х=9;

4-есеп: Теңдеуді шеш: 9+ (х-(х-(х-9)))= 2-х

9 + (х- ( х- х + 9)) = 2-х

9 + (х-9 ) = 2-х; х= 2-х; 2х=2 ; х= 1;

5- есеп: Жүк машинасының жүргізушісі 40км/сағ жылдамдықпен А пунктіне уақытында жетпекші болып, ойлады .Бірақ жолдың 2/5 бөлігін жүрген соң , 20 мин. тоқтауға мәжбүр болды. Сондықтан жылдамдығын алғашқыдан 5 км/сағ –қа арттырды .А пунктіне дейінгі қашықтықты табыңыз:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Арақашықтық,км | Жылдамдық , км/ сағ | Уақыт, сағ. |
| Есептеуі бойынша | х | 40 | х/40 |
| Шындығында | 0,4х | 40 | 2х/200 |
| 0,6х | 45 | 3х/225 |

Мынадай теңдеу құрамыз: ; : ;

15х = 6х +8х + 200; х =200 ; Жауабы: 200 (км).

**Екі айнымалысы бар сызықтық теңдеулер жүйесі.**

**Анықтама.** Екі айнымалысы бар теңдеулер жүйесінің шешімі деп, жүйенің әрбір теңдеуін тура теңдікке айналдыратын айнымалылардың пар мәндерін айтамыз. **Теңдеулер жүйесін шешу дегеніміз**- оның әрбір теңдеуін дұрыс теңдікке айналдыратын айнымалылардың мәндерін табу немесе оның шешімдерінің болмайтынын дәлелдеу. Мына теңдеулер жүйесін шешу керек.



**I тәсіл ауыстырымдылық.** I теңдеуден y-ті x арқылы өрнектейміз де, II теңдеудегі y-ң орнына қоямыз. Сөйтіп бір белгісізі бар теңдеуге келтіреміз.

  

Жауабы:

 

**II. тәсіл алгебралық қосу**.Екі айнымалының біреуінің коэффициентін қарама-қарсы сандар болатындай түрге келтіріп , қосу арқылы бір айнымалысы бар теңдеуге келтіруге болады.



І теңдеудің әрбір мүшесін 2-ге мүшелей көбейтіп, ІІ теңдеудің әрбір мүшесіне қосамыз.

11x=5; x=5

25+y=12

10+y=12; y=12-10; y=2;



III.Тәсіл. Графиктік тәсіл. Әрбір теңдеудегі y-ті x арқылы өрнектейміз.

, теңдеулер жүйесінің шешімі болады.

Әрқайсысының кесте құру арқылы графиктерін координаттық жазықтықта саламыз. Графиктері түзу, олардың қиылысу нүктесінің координаталары теңдеулер жүйесінің шешімі болады.

3.**Квадрат теңдеу.**

Анықтама теңдеу деп аталады. Мұндағы: x айнымалы, a, b және c қандай да бір сандар.

a≠0; a, b және с сандары квадрат теңдеудің коэффиценттері. а саны- бірінші коэффицент, b саны екінші коэффицент, c-бос мүше деп атайды. Квадрат теңдеудің сол жағы екінші дәрежелі көпмүше болғандықтан, оны II дәрежелі теңдеу деп атайды. Егер квадрат теңдеудің b немесе c коэффиценттерінің бірі нөлге тең болса, онда мұндай теңдеуді толымсыз квадрат теңдеу деп атайды. Толымсыз квадрат теңдеудің теңдеудің үш түрі бар.

1.,

2.

3. теңдеуін шешу үшін, бос мүшені теңдеудің оң жағына шығарып, теңдеудің екі жағын да а-ға бөлу керек. болғандықтан, болады.

Егер болса онда теңдеудің екі түбірі болады.

= Егер - <0 болса,онда теңдеудің түбірі болмайды.

М: - 1=0; =1; = ; m=



Жауабы:



Екінші теңдеуді шешу үшін, сол жағын көбейткіштерге жіктейміз. х(ах+в)=О; х(ах+в) көбейтіндісі көбейткіштердің кем дегенде біреуі нөлге тең болса, сонда ғана нөлге тең болады. х=О немесе ах+Ь=О болатын ах+Ь=О теңдеуін шешіп, мынаны табамыз.

ax= -в, х= -

Олай болса, х(ах+в) кобейтіндісі х=Оболғанда және х= - болғанда нөлге айналады. 0 және - сандары ах2 + Ьх = о теңдеуінің түбірлері болады.

3. ах2 = О теңдеуінің бір ғана тубірі болады. Ол х=О.

4. **ах2 + Ьх +с = 0** жалпы квадрат теңдеу. Теңдеу жалпылама түрде шешіледі де, нәтижесіңде түбірлердің формуласы шығарылып алынады. Осы формула кез- келген квадрат теңдеуді шешкенде, қолданылады. Мына квадрат теңдеуді шешейік. ах2 + Ьх +с = 0;

Теңдеудің екі жағын да а-ға бөліп, онымен мәндес болатын келтірілген квадрат теңдеу шығарып

аламыз: + =0

Осы теңдеуді түрлендірейік. + =-;

= - ; = ;

Бұл теңдеудің түбірлерінің саны бөлшегінің таңбасына тәуелді болады.

-оң сан,сондықтан өрнегінің таңбасымен анықталады.

квадрат теңдеудің дискриминанты деп атайды.Мұны Д әрпімен белгілейді.

Д= ; сонда =

x+=; ; (1)

(1) формула квадрат тендеудің түбірлерінің формуласы.

1. Д=О болса, Онда х = - бір түбірі болады.

2. Д<О болса, түбірлері болмайды.

3. Д>О болса, онда 2 түбірі болады.

Мысалы: 5х2 -8х+3 = О; а = 5;в = -8;с = 3;

Д = (-82) - 4 \* 5 \* 3 = 64 - 60 = 4 > О ;

===; ==1

Ескерту. Екінші коэффициент жұп сан болса, онда квадрат тендеуді былай жазуға болады.

aх2+ 2кх + с = О мұндағы 2к. = в :

сонда D= 4к.2 - 4ас =4(к2 – ас);

=; D=-ac

D=-ac ; ;

Бастапқы тендеуді басқаша шығаруға болады. D = 42 - 5 \* 3 = 1;

==; =1

**Виет теоремасы.**

**х2 + рх + q = 0** түріндегі тендеу **келтірілген квадрат тендеу** деп аталады. (І коэффициент 1-ге тең болатын тендеу). Бұл тендеу үшін (1) формула.

; ; болып жазылады.Бұдан

+ = -p;

**Виет теоремасы.**

-p;

==q; шығады. Виет теоремасын қолданып, квадрат теңдеудің шешімдерін ауызша табуға болады.

Мысалы: х² +5х+6 =0 теңдеуінің түбірлері -2 және-3 ; тексерейік х1+х2=-5; х1\*х2=6;

**Квадрат теңдеуді шешу тәсілдері.**

Мысалы, (1) (лақтыру әдісі) яғни 1-ші коэффициентті бос мүшеге көбейтеміз.

түбірлерін тауып, шыққан сандарды I коэффициентке бөлеміз.

(1)Теңдеудің түбірлері

Жауабы:

**5. Квадрат теңдеудің коэффициенттерінің қасиетін қолдану.**

5.1.Квадрат теңдеудің коэффиценттерінің қосындысы нөлге тең болса, онда ; болады.

(Егер ІІ коэффициент I коэффицент пен бос мүшенің қосындысына тең болса, онда теңдеуінің бірінші түбірі -1-ге, ал екінші түбірі бос мүшені I коэффицентке бөліп “-” таңбасымен жазуға болады.)

Мысалы,

болғандықтан (cболғандықтан болады). Осы тәсілдерді қолдану теңдеулерді оңай, тиімді тәсілмен шапшаң шешуге мүмкіндік береді.

**6. Дәрежесі 2 ден артық теңдеулерді шешу.**

1) Көбейткіштерге жіктеу.

2)Жаңа айнымалы енгізу.

**6.1. Көбейткіштерге жіктеу әдісі.**

Қосылғыштарды топтау әдісімен, ортақ көбейткішті жақшаның сыртына шығару арқылы немесе қысқаша көбейту формулаларын қолдану арқылы берілген теңдеудің сол жағын бірнеше көбейткіштердің көбейтіндісі түрінде жазып, оң жағын нөлге теңестіреміз. Одан соң көбейткіштердің әрқайсысын нөлге теңестіру арқылы түбірлерін анықтаймыз.

Мысалы, 1. ; ;

Мысал 2. . Түбірі болмайды. Жауабы: х=1

Теңдеуді шешіңіз: u

**6.2. Жаңа айнымалы енгізу арқылы шешу.**

Теңдеудегі қайталанатын өрнекті тауып, жаңа айнымалы арқылы белгілеп, неғұрлым қарапайым, оңай шешілетін теңдеуге келтіру арқылы шешуге болады.

Мысалы 1.

деп алсақ,

Жауабы: 

Мысал 2.

теңдеуін шешу үшін

Жауабы: 

**7. Симметриялы теңдеулер.**  Егер бірдей қашықтықтағы шеткі мүшелерінің коэффиценттері қос-қостан тең болса, онда мұндай теңдеу симметриялы теңдеу деп аталады. Симметриялы теңдеулерді де жаңа айнымалы енгізу тәсілімен шешуге болады.

Мысалы 1. ;

Мұндағы x=0 теңдеудің шешімі болмайды, сондықтан екі жағын да -қа бөлуге болады.

; ; алмастыруын жасаймыз. ;

Жауабы:

8. теңдеуін шешу биквадрат теңдеуді шешуге келтіріледі. Ол үшін алмастыруын орындау қажет.

8.1. Мысалы: ;

;

Жауабы:

9. теңдеуі, егер a+d=b+c болса квадрат теңдеуге келтіріледі.

9.1. Мысалы:

;

;

0

10. теңдеу і біртекті екінші дәрежелі теңдеу деп аталады. Бұл теңдеуді шешу үшін екі жағын да – на бөлеміз.

11. Бөлшек- рационал теңдеулер.

11.1 Рационал теңдеулер.

Алгебрада 7-сыныпта қосу,азайту және көбейту амалдарымен және нөлден басқа санға бөлу арқылы жазылған сандар мен айнымалылардан құрастырылған өрнектерді бүтін өрнектер деп атаған болатынбыз.

Мысалы: ; ; (a-b)(); 7-;

Ал құрамына қосу,азайту және көбейту амалдарын қоса,айнымалысы бар өрнекке бөлу амалы да болып келген теңдеу **бөлшек өрнектер** деп атайды.

Бүтін және бөлшек өрнектер **рационал өрнектер** деп аталады.

Мысалы:

Сол жағы да,оң жағы да бүтін өрнектер болып келген теңдеу бүтін теңдеу деп,ал сол жағы немесе оң жағы бөлшек болып келген теңдеу бөлшек –рационал теңдеу деп аталады.

11.2 Бөлшек -рационал теңдеулерді шешу алгоритмі:

1.Теңдеуге енген бөлшектердің ортақ бөлімін табу керек;

2.Теңдеудің екі бөлігін де ортақ бөлімге көбейту керек;

3.Шыққан бүтін теңдеуді шешу керек;

4.Оның түбірімен ортақ бөлімде нөлге айналдыратын түбірлерден арылту керек;

Мына теңдеуді шешейік:

; шешуі:

1.Ортақ бөлімі:

2.

3.

х=1 теңдеудің бір түбірі, олай болса: ()(2)=0 жазуға болады. 2 теңдеуінің түбірі болмайды. D= -23

Жауабы:

Мысал.2.

Мүмкін мәндер жиыны(М.М.Ж.)

1.; Оң жағын және сол жағын ортақ бөлімге келтіреміз.

; 2-ге екі жағын да қысқартамыз.

2. .Жауабы: 

Бөлшек- рационал теңдеулерді шешудің әр түрлі тәсілдері бар. Ол әркімнің қандай тәсілмен шығаруына байланысты. Бөлімдерін, алымдарын көбейткіштерге жіктеп, қысқартуға, қандай да бір өрнекті қосуға не алуға т.с.с түрлендіру арқылы шешуге болады.

Мысал.3. Теңдеуді шешіңіз.

Шешуі:

М.М.Ж:



түбірі болмайды.

=0

D=33

Жауабы:

**Өз бетімен шығаруға арналған есептер.**

**Теңдеулерді шешіңіз. А-деңгейі:**

1.а) b)

2.а)

b)

3.a)

b)

егер

4.a)

b)

5.a)

b)

6.a)

b);

7.a)

b)

8.a)

b)

9.a)

b)

10.a)

b)

**B-деңгейі. Теңдеулерді шешіңіз**:

1.a)

b)

2.a)

b)

3.a)2;-4;

b)

4.a)

b)

5.a)

b)

**C деңгейі.**

1.a)31(

b)

b)

3.a)

b)

4.a)

b)

5.a)

b)

6.a)

b);

**Теңдеу құру арқылы мәтінді есептерді шешу.**

А менВ қалаларының арасы темір жол бойымен есептегенде 66 км, ал өзен бойымен есептегенде 80,5 км. А қаласынан шыққан пароходқа қарағанда , поезд 4 сағаттан соң шықты, бірақ В қаласына пароходтан 15 мин бұрын келді. Поезд пароходқа қарағанда , сағатына 30 км артық жүріп отырған болса, бұлардың әрқайсысының орташа жылдамдығы қандай? Бұл есеп қозғалысқа берілген. Физикалық үш шаманың арасында заңдылық орнатылады. S- арақашықтық немесе жол, t- уақыт v- жылдамдық. S=vt, t= s/v, v=s/t.

Шешуі. Поездың жылдамдығы х км /сағ болсын., онда пароходтың жылдамдығы ( х-30) км/сағ.болады.

Поездың жүрген уақыты 66/х сағ, пароходтікі 80,5/х-3 сағ. Есептің шарты бойынша поезд 4 сағ кеш шығып 15 мин. бұрын келгендіктен мынадай теңдеу құрамыз: 2-ге сүйеніп:

; х-30 ;

4\*80,5х- 4\*66(х-30) 17\*(х-30)\*х;

322х-264х + 7920 17х² - 510х, 17х² - 568х -7920 , D= 80656+134640=215296=464²

Х1/2= ; х1= =44 ІІ түбірі қанағаттандырмайды.

Поездың жылдамдығы 44км/сағ, ал пароходтың жылдамдығы 44-30=14 км/сағ.

ІІ. Жұмыс, жұмыс өнімділігіне байланысты есептер теңдеу құру арқылы шығарылады.

Электр станция салғанда кірпіш қалаушылар бригадасы 120 мың кірпішті белгілі бір мерзімде қалауға тиіс еді. Бригада бұл жұмысты мерзімінен 4 күн бұрын орындайды. Өйткені бригада әрбір үш күнде норма бойынша 4 күнде қалауға тиісті кірпіштерінен 5000 кірпіш артық қалап отырады.Бригаданың кірпіш қалаудағы күндік нормасы қандай еді, нақтысында күніне неше кірпіштен қалап отырады?

Шығаруы:

Бригаданың күнделік нормасы х мың кірпіш қалау болсын.

Нақтысында у кірпіш қалаған болса, есептің шартына сүйеніп, мынадай теңдеулер жүйесін құрамыз: І теңдеуді ортақ бөлімге келтіріп,

Алмастыру тәсілін қолданып, 3у²-35у -150= 0 D= 3025=35²

у1= =15 нақтысында 15 мың кірпіш, ал күніне 10мың кірпіш қалаған.

Жауабы: 15 мың және 10мың кірпіш.

ІІІ.Қоспаға, қоспадағы заттың проценттік құрамын анықтауға берілген есептер.

30%-к тұз қышқылы ерітіндісін 10%-кпен араластырғанда, 15%-к 600г ерітінді шыққан.Әр ерітіндіден қанша грамм алынған?

Шығаруы: 30%-к тұз қышқылының ерітіндісінің салмағы –х г,

10%-к ерітіндінің салмағы( 600-х)г,

30%-к ерітіндідегі тұз қышқылының массасы -0,3 г,

10%-кте 0,1(600-х)г. Ал алынған ерітіндіде 0,15 ∙600=90г.

Е.Ш.Б. : 0,3х + 0,1 (600-х)=90, бұдан х=150 , олай болса 150г, 30%- ерітінді ал 600-150 =450г 10%-к ерітінді алынғаны шығады.

ІV.Сандарға байланысты есептер.

Екі таңбалы санның цифрларының қосындысы 12-ге тең, Егер ізделінді санға 36- ны қосса, онда шығатын сан сол цифрлармен кері тәртіпте жазылар еді, Сол сандарды табыңыздар.

Шығаруы. Ізделінді сан-10х+у түрінде жазылады. Есептің шарты бойынша х+у=12 және 10х+у+36=10у+х. теңдеулер жүйесін құрамыз. Теңдеулер жүйесін шешудің алгебралық қосу тәсілін қолданып, 2х=8, х=4 ал у=8 табамыз. Сөйтіп жауабы: 48

V. Процентті есептеуде;

Товардың бағасын алдымен 20%, ал одан кейін жаңа бағасын тағы да 15% кемітті және ақырында қайта есептеп, оның бағасын тағы да 10% кемітті. Товардың бастапқы бағасын барлығы неше процент кеміткен?

Шығаруы: х- алғашқы бағасы, алғашқы кеміткеннен кейін товар бағасы-(1-0,2)х, екінші кеміткеннен кейін 0,8х∙ (1-0,15)=0,68х үшіншіден кейін 0,68х∙ (1-0,1) =0,612х, Сонымен алғашқы бағасын 1-0,612=0,388∙100%=38,8%

Жауабы: 38,8 %.

**Өз бетімен шығаруға арналған есептер:**

1. Тігін цехына 5000м үш топ ақ мата келіп түсті. Бірінші топтағы мата екіншідегіден үш есе кем, ал үшіншіде барлық матаның 22%-і бар,І топтағы матадан 150 жайма және 240 жастық тысы тігілді. Бір жастық тысына қарағанда бір жаймаға 3,25 м мата артық кетеді. Бір жастық тысына қанша кетеді? Жауабы:1,25м.
2. Бір бассейнде 200м³ су барда, ал екіншісінде -112 м³ су бар. Бассейндерді толтыру үшін крандарды ашып қойған. Егер екінші бассейнге, біріншіге қарағанда, 22м³ су артық құйылатын болса, неше сағаттан кейін екі бассейндегі су мөлшері бірдей болады? Жауабы: 4 сағ. кейін.Екі күш бір нүктеге тік бұрыш жасай түсірілген. Олардың біреуінің шамасы , екіншісінің шамасынан 4Нартық. Ал тең әсерлі күштің шамасы осы күштер шамаларының қосындысынан 8 Н кем. Әрбір күштің және оларға тең әсерлі күштің шамаларын табыңыздар. Жауабы: 12,16,20Н.
3. Екі таңбалы санның цифрлары квадраттарының қосындысы 13-ке тең. Егер осы саннан 9- ды шегерсе, онда сол цифрлармен кері тәртіпте жазылған сан шығар еді. Сол санды табыңыздар.
4. Трактор бригадасы 5/6 жер учаскесін 4 сағ 15 минутта жыртып бітіреді. Бри гада түске дейін 4,5 сағ істеген, содан кейін тағы да 8га жер жыртылмай қалған. Учаскенің ауданы қандай еді? Жауабы: 68га.
5. Екі селоның арақашықтығы 10км-ге тең. Екі адам селоның бірінен бір мезгілде шығып, екіншіге қарай беттеді.Олардың біріншісі , екіншіге қарағанда 3 км/сағ артық жылдамдықпен жүріп, екінші селоға 3 сағ бұрын жеткен. Әрқайсысы қандай жылдамдықпен жүрген. Жауабы: 2 және 5 км/сағ.

**Пайдаланған әдебиеттер тізімі:**

1. Миндюк Н.Г,Баймұханов Б Алгебра

2. Бүкүбаев К.О Теңдеулер мен теңсіздіктер

3. Олехник С.Н Нестандартное методы решения уравнение и неравенств

4. Бородуля И.Т Модуль таңбасы бар теңдеулер

5. Интернетпен жұмыс

6. Электронды оқулықтар